TI13201 Métodos Numéricos

Estimado colega:

Bienvenido a este curso de Métodos Numéricos, en el cual podrás guiar a los alumnos para que se realicen programas aplicados a diversos métodos matemáticos acorde a las necesidades de la empresa, los requerimientos de la industria y al desarrollo del pensamiento.

Es una gran oportunidad para sensibilizar a los alumnos sobre la importancia de centrar su profesión con conocimientos numéricos con una buena programación lógica con el lenguaje C#, que permite hacer de la computadora una gran calculadora con cálculos exactos.
Como profesionistas del área de programación, la lógica y el concepto del lenguaje de programación son importantes. Es por ello que te invito a que vayas un poco más allá de solo centrarte en los contenidos, sino que lo hagas de una forma muy práctica, tal como a ti te hubiera gustado que te enseñaran a programar y usar bien el lenguaje de programación.

Dentro de este curso de métodos numéricos tendrás libertad creativa y estoy seguro de que, con tu experiencia, los alumnos aprenderán mucho más. Te invito a que en cada módulo compartas experiencias de casos reales, situaciones laborales y cómo las resolviste (aplicando los conceptos del curso). Recuerda que el conocimiento que se liga con situaciones reales es más fácil de recordar, además de ver su utilidad.

Este curso es muy importante por su aplicación matemática en la programación, para que los alumnos entiendan la importancia de saber programar; es decir, la experiencia con el usuario. Te invito a que desarrolles habilidades de investigación, análisis y conceptualización en tus alumnos. De igual forma, encausa su creatividad para que vaya enfocada a estos objetivos y sea realmente oportuna.

Disfruta de este proceso. Las notas que aquí comparto son algunos consejos que me ayudaron al impartir este curso de Métodos Numéricos aplicados a un lenguaje de programación.

Competencia del curso

Solucionar problemas de ingeniería utilizando métodos numéricos a través del software Visual Studio Express.

Módulo 1. Introducción a la programación

Los alumnos se sensibilizarán con la programación, la cual es una de las herramientas más importantes que un ingeniero puede tener en el mundo moderno. El saber programar significa poder comunicarse directamente con la computadora y pedirle exactamente lo que se requiere de ella. En este curso se verá cómo utilizar la computadora como una súper calculadora, de forma que pueda hacer millones de operaciones matemáticas por nosotros en pocos segundos.

Tema 1. Fundamentos de programación con C#

En este tema se sensibiliza al alumno a utilizar los comandos básicos de C#. El lenguaje C# es una forma de hablar con la computadora por medio de instrucciones escritas. Se escribe un código con una serie de instrucciones en la computadora y esta las realiza como se escribieron. Si la computadora no reconoce algo o al ejecutar las instrucciones ocurre un error, nos lo hará saber.

Actividad 1 (opción 1 y 2)

El alumno practica la estructura de datos, algoritmos y problemas relacionados con el diseño, realiza pruebas de escritorio (ayuda mucho a lograr buena lógica de programación) y participa en foros y blogs de programadores.

Tema 2. Instrucciones de control o ciclos en C#

En este tema se verá cómo utilizar instrucciones de flujo de control que permitirán pedirle a la computadora que tome decisiones o que haga muchas operaciones de manera repetitiva. Estas instrucciones de control son muy parecidas en cualquier lenguaje de programación y serán la parte principal a utilizar en los métodos numéricos que se verán más adelante.

Actividad 2 (opción 1 y 2)

Cuando se codifica una aplicación software, existe un número potencialmente infinito de programas que satisfacen los mismos requisitos. Sin embargo, no todos estos programas comparten los mismos atributos de calidad. Es decir, no todos son igual de eficientes tanto en consumo de procesador como de memoria; no todos son igual de legibles; no todos son igual de fáciles de modificar; no todos son igual de fáciles de probar y verificar que funcionan correctamente. Por eso te aconsejo que seas creativo.

Tema 3. Vectores y matrices (arreglos)

Durante el desarrollo de este tema, se verá la forma de guardar más de un dato en una misma variable. Esto puede ser útil si requieres saber la temperatura de cada día durante los últimos 10 años (en lugar de declarar 3,650 variables, declaro una sola variable con 3,650 posiciones).

Es importe que los alumnos entiendan claramente cada concepto de este tema, ya que serán la base medular para el desarrollo de otros. Te invito a dedicar tiempo a clarificar todas las dudas y asegurarte de que todos los conceptos se comprendan y se usen.

Actividad 3 (opción 1 y 2)

Toma en cuenta que una tabla, vector, matriz o *array* (arreglo) es un conjunto de elementos del mismo tipo. Es como un pastillero, en donde guardas elementos para cada día. Todos estos elementos tendrán el mismo nombre y ocuparán un espacio de memoria de tu computadora.

Tema 4. Fundamentos de métodos numéricos

En este tema hay que desarrollar la competencia de análisis de los alumnos y ayudarles a entender la importancia que tiene la computadora, pues es miles de veces más poderosa que una calculadora (hace

operaciones utilizando números más grandes por segundo con más precisión). En esta sección se comenzará a utilizar la computadora para hacer cálculos que una calculadora no podría realizar.
Es relevante que en este tema puedas hablar sobre cómo esta capacidad de análisis sentará las bases para un desarrollo de proyecto exitoso; es decir, que no contenga errores graves en su corrida o ejecución.

Actividad 4 (opción 1 y 2)

Recomendar a los alumnos los pasos que normalmente se hacen a mano (papel y lápiz). La eficiencia en el cálculo de dicha aproximación depende, en parte, de la facilidad de implementación del algoritmo y de las características especiales y limitaciones de los instrumentos de cálculo, como la computadora. En general, al emplear la computadora y el lenguaje de cálculo se introducen errores llamados de redondeo.

Tema 5. Soluciones por búsqueda exhaustiva

El desarrollo de este tema va muy ligado con el anterior. Con los principios básicos de métodos numéricos podemos comenzar a resolver problemas matemáticos específicos; es decir, los problemas matemáticos más simples (ecuaciones de una variable y los sistemas de ecuaciones de dos variables). El método de búsqueda exhaustiva consiste en probar la mayor cantidad de números posibles y encontrar los que den la respuesta o los que se acerquen más.

Ayúdales a ver la relevancia de conocer este método de búsqueda para entender el éxito de los nuevos métodos y su relación con el cálculo integral.

Actividad 5 (opción 1 y 2)

En este tema se usan algoritmos que tienen la ventaja de realizar una búsqueda exhaustiva de la solución, aunque presentan el inconveniente de ser altamente ineficientes en general. Existen variantes que pueden afinar más la búsqueda en función de los valores de la solución parcial que se vaya obteniendo, por lo que te recomiendo que les des tiempo suficiente a los estudiantes para que puedan realizar esta actividad correctamente y que los guíes en el diseño del instrumento de evaluación que emplearán; es decir, si es un programa extenso, que se toquen los puntos clave (para no ser redundantes).

Evidencia 1 (opción 1 y 2)

El alumno debe tomar en cuenta la programación básica del tema 2 y los métodos de los temas 3, 4 y 5, con la mínima diferencia de que los datos los ingresa el usuario. Primero, debe crear los pasos que normalmente se hacen a mano (papel y lápiz). La eficiencia del programa en el cálculo de dicha aproximación depende, en parte, de la facilidad de implementación del algoritmo de acuerdo con la prueba de escritorio.

Módulo 2. Solución de sistemas de ecuaciones

En este módulo podrás profundizar en temas y conceptos que ayuden al alumno a tener una planeación más clara sobre solucionar sistemas de ecuaciones y ajustar curvas (una de las aplicaciones prácticas de mayor uso en métodos numéricos). Puede ser imposible calcular a mano todas las fuerzas que

sienten todas las vigas de un edificio, pero se puede conseguir esto a través de métodos numéricos de solución de ecuaciones (como la eliminación gaussiana).

Tema 6. Solución de ecuaciones lineales

Se verán conceptos que refuerzan la programación para solucionar sistemas de ecuaciones y ajustar curvas (una de las aplicaciones prácticas de mayor uso en métodos numéricos). Es muy importante reforzar lo mencionado.

Actividad 6 (opción 1 y 2)

Se debe recalcar al estudiante que el ajuste de curvas sirve para tomar datos experimentales y encontrar una ecuación que los modele adecuadamente. Esto puede servir para predecir el clima, analizar el comportamiento de una máquina o predecir el valor de las acciones en la bolsa de valores.

Tema 7. Raíces de ecuaciones no lineales

En el desarrollo de este tema seguiremos hablando de la importancia de métodos numéricos con la finalidad de encontrar raíces de ecuaciones no lineales de una sola variable. Esto sirve para resolver sistemas con ecuaciones complicadas, encontrar puntos de equilibrio o determinar el valor de una variable para tener un resultado óptimo en alguna otra.

Por ejemplo, encontrar el valor del ángulo que hace que un tiro parabólico llegue más lejos o determinar el tamaño ideal de un paracaídas para tener un descenso a la menor velocidad posible.

Actividad 7 (opción 1 y 2)

Ayuda al alumno a centrarse en una programación modular (como desarrollador), ya que a la hora de programar es importante conocer la lógica de programación y las necesidades o expectativas del usuario. En un mundo digital tan competitivo, el detalle hace la diferencia.

Tema 8. Sistema de ecuaciones no lineales

Los alumnos deben saber que los sistemas no lineales son los más comunes en la naturaleza, pero son los más complicados de estudiar. Muchos de estos sistemas no se pueden resolver por métodos analíticos; por lo tanto, solo se puede encontrar una solución aproximada mediante métodos numéricos.

Actividad 8 (opción 1 y 2)

Los estudiantes deben saber que estos sistemas pueden modelar diferentes situaciones. Por ejemplo, cuándo ocurrirán los eclipses solares, cuál será el consumo real de combustible de un carro dependiendo de su velocidad y distancia recorrida, el precio óptimo de venta de un producto en un sistema económico interconectado, etc.

Tema 9. Mínimos cuadrados

En este tema los alumnos recordarán conceptos que ya han revisado en otras materias, pero desde el enfoque de métodos números. El ajuste de curvas por mínimos cuadrados permite convertir una serie de datos sueltos en una ecuación matemática. Esto es extremadamente útil en la vida real, dado que

las ecuaciones se pueden analizar a profundidad (obtener máximos, mínimos y predecir valores futuros), mientras que los datos sueltos no se pueden analizar de esta forma.

Actividad 9 (opción 1 y 2)

Si los estudiantes aplican mínimos cuadrados de la manera correcta, se pueden predecir valores futuros que tendrán los datos. Esto tiene aplicaciones en la ingeniería, puesto que se puede predecir cómo se comporta una línea de producción, el voltaje de una máquina o la temperatura de una región, etc.

Este tema dará conclusión a ciertos conceptos que aún puedan estar débiles o que los alumnos no recuerden. Toma en cuenta que las estimaciones de coeficientes para los mínimos cuadrados se basan en la independencia de los términos del modelo. Cuando los términos se correlacionan y las columnas de la matriz de diseño *x* tienen una dependencia lineal aproximada, la matriz de diseño se acerca al singular y, como resultado, la estimación de mínimos cuadrados se vuelve altamente sensible a errores.

Tema 10. Regresión no lineal

En este tema el alumno deberá conocer qué ajuste escoger. Muchas veces el ajuste de curvas no se puede hacer con ecuaciones lineales, como cuando se desea ajustar los datos a una curva senoidal, pero no se conoce ni la aptitud ni el periodo que debe de tener la curva ajustada. Para este tipo de situaciones, se utilizan ecuaciones no lineales.

Actividad 10 (opción 1 y 2)

El estudiante deberá saber el método correcto aplicar. Desafortunadamente, no hay un método para obtener los valores de los coeficientes no lineales de manera directa, por lo que se tiene que hacer por medio de aproximaciones.
En los modelos lineales, los parámetros entran linealmente en la ecuación. No importa que la variable independiente esté en la ecuación en forma no lineal; recordemos que son fijas, ya sea por diseño u observación. Lo importante es que cada parámetro aparezca multiplicado por una cantidad conocida (y después sumado). Con esto lograras comprender mejor el método.

Evidencia 2 (opción 1 y 2)

Los estudiantes deben aplicar de forma correcta la programación modular y los mínimos cuadrados para poder predecir cómo se comporta un problema (línea de producción, voltaje de una máquina, temperatura de una región, etc.). Se dará conclusión a conceptos que aún pueden estar débiles o que los alumnos no recuerden.

Módulo 3. Métodos de integración

La integración numérica es muy relevante en el contexto de los métodos numéricos. Aquí es donde el estudiante debe tener conciencia de su importancia porque existen ciertos problemas de integración que únicamente se pueden resolver por integración numérica.

Una aplicación particular de los métodos de integración es la resolución de ecuaciones diferenciales. Este tipo de ecuaciones nos permiten modelar los sistemas más complejos en física e ingeniería. Algunas ecuaciones de este tipo se pueden resolver únicamente con los métodos numéricos.

Tema 11. Interpolación

La interpolación nos sirve para saber puntos intermedios cuando se tienen pocos datos. La interpolación es diferente al ajuste de curvas, ya que dicho ajuste encuentra una curva simple que pasa lo más cerca posible de todos los puntos, mientras que la interpolación es una curva muy compleja que pasa por todos los puntos. Se usa en los casos donde los valores de todos los puntos se deben tomar con exactitud y no con aproximaciones.

Actividad 11 (opción 1 y 2)

Nos interesa el valor de la función para un valor de la variable independiente distinto de los que figuran en la tabla; en este caso, podemos tomar el más próximo al buscado o aproximarnos un poco más por interpolación. La interpolación casi siempre nos dará un pequeño error respecto al valor verdadero de la función, pero siempre será menor que tomar el valor más próximo de los que figuran en la tabla.

Tema 12. Integrales numéricas

El estudiante deberá conocer que las integrales numéricas permiten obtener el valor de integrales definidas a base de hacer sumas de pequeñas divisiones del espacio. Este método no siempre arroja el resultado correcto, pero si se toma el paso suficientemente pequeño, se puede obtener gran precisión.

Actividad 12 (opción 1 y 2)

El alumno ya conoce que existen algunas integrales que no se pueden obtener de manera analítica. Por lo tanto, la integración numérica es el único recurso que se tiene para saber su respuesta.

Hay varias razones para llevar a cabo la integración numérica. La principal puede ser la imposibilidad de realizar la integración de forma analítica. Es decir, que integrales que requerirían de un gran conocimiento y manejo de matemática avanzada se pueden resolver más fácilmente mediante métodos numéricos. La solución analítica de una integral nos arrojaría una solución exacta, mientras que la solución numérica nos daría una solución aproximada.

Tema 13. Regla de Simpson

La regla de Simpson es una forma de hacer la integral numérica más exacta para funciones que son curvas. En algunos casos pueden arrojar resultados exactos en pocos pasos. Si la función se puede aproximar a una función cuadrática, se pueden tomar pasos muy grandes, lo que permite tener una mayor rapidez al momento de encontrar la solución.

Actividad 13 (opción 1 y 2)

Te recomiendo que en todos los conceptos de este tema trabajes con la actividad diseñada. Si se ve la aplicación de forma práctica, aseguramos que los conceptos queden plasmados.

Tema 14. Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias

Los alumnos tendrán un acercamiento a las ecuaciones diferenciales que nos permiten moldear procesos físicos, económicos, biológicos o de ingeniería, en donde el valor de la variable depende de cómo va cambiando el valor de la misma.

El estudiante aplicará métodos numéricos para conocer que la posición de una partícula depende de su posición inicial, velocidad y aceleración. En física tradicional se utilizan tres variables: una para la posición, otra para la velocidad y una para la aceleración.

Actividad 14 (opción 1 y 2)

Si utilizamos ecuaciones diferenciales, la velocidad es la derivada de la posición, mientras que la aceleración es la doble derivada de la posición. De esta manera, tenemos una sola variable, la cual es la posición que depende de su derivada y de su doble derivada.

Tema 15. Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden

Es importante que los alumnos tengan bases completas sobre los métodos aplicados para que resuelvan ecuaciones diferenciales de segundo orden (aquellas que involucran la doble derivada de la variable). En física, por ejemplo, la doble derivada de la posición es la aceleración del objeto. La forma de solucionar estas ecuaciones es básicamente la misma que con ecuaciones diferenciales de primer orden, con la diferencia que lo que se va a despejar es la segunda derivada. Las ecuaciones diferenciales de segundo orden pueden representar modelos físicos o de ingeniería más complejos.

Actividad 15 (opción 1 y 2)

Conecta todos los conceptos vistos durante el curso y su relevancia para el desarrollo de programas aplicados a los métodos vistos; esto ayudará a que los alumnos entiendan todo el proceso que el diseño interactivo implica.

Evidencia 3 (opción 1 y 2)

El estudiante ya conoce que existen algunas derivadas e integrales que no se pueden obtener de manera analítica. Por lo tanto, es importante reutilizar un buen algoritmo de cálculo de los vistos en los temas del módulo 3.

Hay varias razones para llevar a cabo la integración numérica. Por ejemplo, mediante métodos numéricos se pueden resolver de una manera más sencilla integrales que requerirían de un gran conocimiento y manejo de matemática avanzada (con una buena programación estructurada y usando ciclos acordes a los primeros temas).

D.R. © Universidad Tecmilenio ®