



Tablas de Mortalidad CNSF 2000-I y CNSF 2000-G

Manuel Mendoza Ramírez
Ana María Madrigal Gómez
Evangelina Martínez Torres

Mayo 2000



COMISIÓN NACIONAL DE
SEGUROS Y FIANZAS

CNSF

Serie Documentos de
Trabajo

Documento de trabajo No. 80

Índice

1. Antecedentes	1
2. Información y Metodología	2
3. Tablas de Mortalidad CNSF 2000	6
3.1 Colaboración con el Sector Asegurador	7
3.2 Comparativo con la Experiencia Mexicana 1982-1989 y 1973-1983	7
3.3 Tablas de Mortalidad CNSF 2000-I y CNSF 2000-G	13
Referencias	16
Nota	16

Tablas de Mortalidad CNSF 2000-I y CNSF 2000-G

Manuel Mendoza Ramírez *
Ana María Madrigal Gómez *
Evangelina Martínez Torres *

1. Antecedentes

Las tablas de mortalidad constituyen un elemento técnico de primera importancia para una operación sólida, competitiva y eficiente de los seguros de vida. En la producción de estas tablas, la evidencia empírica observada se utiliza con el propósito de estimar la probabilidad de muerte de toda persona que contrata un seguro de vida. Diversos factores pueden afectar esta probabilidad; el caso más extensamente considerado es el de la edad pero otras características relevantes incluyen sexo, historial clínico, tabaquismo y antigüedad de la póliza. En cualquier caso, una tabla de mortalidad habitualmente es un arreglo de probabilidades de muerte dispuestas de acuerdo con la edad de los individuos de la población. Estas probabilidades se estiman a partir de los registros demográficos de la población objetivo y a partir de esta base se determinan tanto las primas netas de riesgo como las reservas correspondientes a los seguros de vida.

De esta manera, la solvencia y la estabilidad financiera de las empresas que operan el ramo de vida depende, entre otros aspectos, de la disponibilidad de tablas de mortalidad apropiadas; es decir, que reflejen una adecuada medición de la siniestralidad que se deberá enfrentar en la operación. Ahora bien, las tablas de mortalidad no pueden ser permanentes; constituyen la medición de un fenómeno, la mortalidad, que necesariamente evoluciona y cambia a lo largo del tiempo. Por tanto, es indispensable disponer de los medios que permitan la revisión periódica y, en su caso, la actualización de las tablas de mortalidad que utiliza el sector asegurador mexicano.

En virtud de la particularidad de las características socioeconómicas y, por consecuencia, demográficas de la población en condiciones de contratar un seguro de vida, la información que se recaba de la población general o abierta, a través de instrumentos como encuestas y censos, no es aplicable para la producción de las tablas de mortalidad que requieren los seguros.

En México el sector asegurador, en conjunto con la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, ha realizado esfuerzos muy importantes orientados a la construcción de tablas de mortalidad. Sin embargo, hasta ahora no existe un procedimiento sistemático para su evaluación y actualización periódica. De hecho, las revisiones más recientes de las tablas de mortalidad que utiliza el sector asegurador mexicano han ocurrido con intervalos de cuando menos diez años. En el caso de vida individual la tabla vigente emplea datos del período 1982-1989; en vida grupo los registros son de los años 1973 a 1983.

En la producción de estas tablas se emplearon métodos actuariales convencionales y debido a que se utilizan para la constitución de reservas y dada la relación entre la medición de la siniestralidad y la solvencia, estas tablas de mortalidad están sobrecargadas como medida de protección.

Como complemento es conveniente señalar, por una parte, que la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas ha desarrollado, mantiene en operación y somete a revisión periódica, un Sistema Estadístico cuyo propósito es recolectar información técnica del sector asegurador que en particular puede ser utilizada para la producción de tablas de mortalidad.

En otro sentido es importante destacar que, independientemente de su relevancia actuarial, el problema de producir una tabla de mortalidad es esencialmente estadístico. Al respecto, es necesario reconocer que las técnicas actuariales convencionales generalmente no toman en cuenta la incertidumbre involucrada en el proceso de estimación. En contraste, durante los años recientes se han desarrollado métodos estadísticos particularmente apropiados para este tipo de problemas (Haberman, Renshaw y Hand, 1998). Finalmente y también en el plano técnico, una revisión documental minuciosa revela que las tendencias más recientes de la investigación en materia de análisis financiero han establecido un claro paralelismo entre las ideas del cálculo actuarial y los principios modernos de la administración de riesgos. De tal manera es oportuno revisar el papel que conceptos, como el de Valor en Riesgo, pueden jugar en la constitución de las reservas asociadas a los planes de seguro, especialmente en lo que se refiere a la sobrecarga de las tablas de mortalidad como medida de protección.

En este contexto, desde 1998 la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas ha puesto en marcha un proyecto, cuyo propósito es establecer un procedimiento para la construcción de las tablas de mortalidad requeridas por el sector asegurador mexicano, que utilice métodos estadísticos modernos para establecer la precisión de las estimaciones y que determine el margen de exceso en la estimación de las tasas de mortalidad a partir de una valoración del riesgo de desviaciones extremas en la siniestralidad.

2. Información y Metodología

La información empleada en la construcción de las tablas de mortalidad presentadas en este documento es la que proviene del acervo que ha formado la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas a través del correspondiente Sistema Estadístico e incluye la experiencia en mortalidad de todas las empresas del sector que operaron los seguros de vida durante los años 1991 a 1998, tanto para el seguro de vida individual como de vida grupo. Dicha información se consolidó en una base de datos, la cual fue sujeta a un proceso de validación y análisis exploratorio. Para un mayor detalle ver "Análisis Exploratorio de la Información del Seguro de Vida en México 1991-1998" (Mendoza, Madrigal y Martínez, 1999a).

Por otra parte, la metodología estadística empleada en el desarrollo del proyecto es la que se conoce en la literatura como Análisis Bayesiano de Modelos de Regresión Logística. El enfoque Bayesiano ha cobrado importancia en los años recientes, se ha desarrollado a partir de fundamentos teóricos especialmente sólidos y resulta particularmente apropiado si se adopta un enfoque predictivo, como es el caso en la producción de tablas de mortalidad.

Para cada edad x y dado un número de asegurados expuestos al principio del año E_x , se tiene que, bajo los supuestos de independencia y homogeneidad, el número de muertes correspondientes, d_x , puede ser modelado con una distribución Binomial con probabilidad de ocurrencia q_x , es decir,

$$P(d_x | E_x, q_x) \approx \text{Binomial}(E_x, q_x)$$

El objetivo radica en la descripción de la mortalidad que se puede observar para cada edad, en un periodo anual. En otras palabras, dado un patrón de exposición, descrito por E_x , interesa pronosticar la cantidad futura d_x^* o, equivalentemente, $q_x^* = d_x^*/E_x$.

Para el caso de los datos del seguro de vida individual correspondientes al periodo 1991-1998, se ajustó el modelo de regresión logística dado por

$$Y_x = \ln\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) = \alpha + \beta x + \varepsilon,$$

donde x es la edad y es la única variable independiente del modelo. Las modas de las distribuciones finales de los parámetros en el modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= -9.146130 \quad (0.035469) & \hat{\tau} &= 9.3325 \\ \hat{\beta} &= 0.074355 \quad (0.000700) & \hat{\sigma} &= 0.32734 \\ \hat{\sigma}^2 &= 0.107152 \end{aligned}$$

donde $\hat{\tau} = 1/\hat{\sigma}^2$, mientras que el coeficiente de determinación alcanza un valor de 0.9545.

En las Figuras 2.1 y 2.2 se presentan las tasas observadas y ajustadas de muerte por edad de acuerdo a este modelo, así como las bandas de predicción al 95%, tanto en la escala de q_x como en la de Y_x .

Figura 2.1 Tasas observadas, ajuste central y bandas de predicción al 95%, vida individual

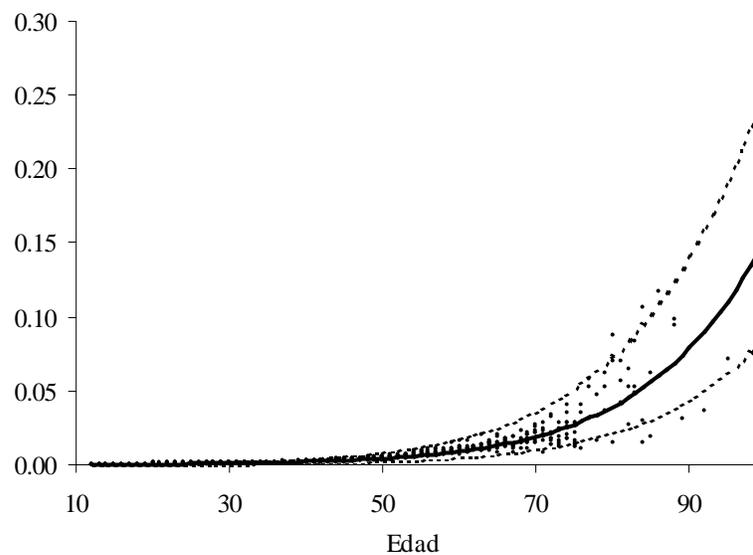
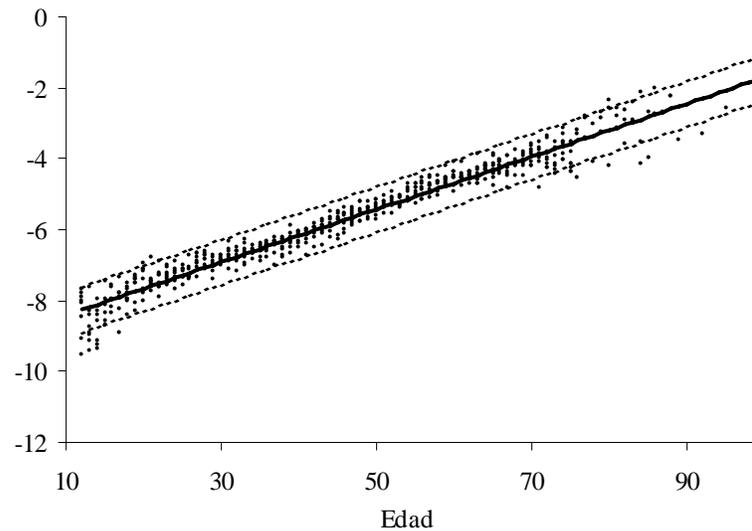


Figura 2.2 Tasas observadas, ajuste central y bandas de predicción al 95% vida individual.
Escala logit



Por su parte, el modelo que mejor se ajustó a los datos correspondientes al seguro de grupo para el periodo 1991-1998 incluye un término constante y una componente cuadrática en la edad sin término lineal, es decir

$$Y_x = \ln\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) = \alpha + \beta x^2 + \varepsilon$$

Las modas de los parámetros asociados al modelo se presentan a continuación

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= -7.518257 \quad (0.029504) & \hat{t} &= 6.83556 \\ \hat{\beta} &= 0.000793 \quad (0.0000066) & \hat{\sigma} &= 0.382484 \\ \hat{\sigma}^2 &= 0.146294 \end{aligned}$$

En este caso, el valor del coeficiente de determinación es razonablemente alto e indica que el modelo explica el 96.87% de la variabilidad presentada en los datos. Las tasas observadas, el ajuste central y las bandas de predicción al 95% se reproducen en las Figuras 2.3 y 2.4.

Figura 2.3 Tasas observadas, ajuste central y bandas de predicción 95%, vida grupo

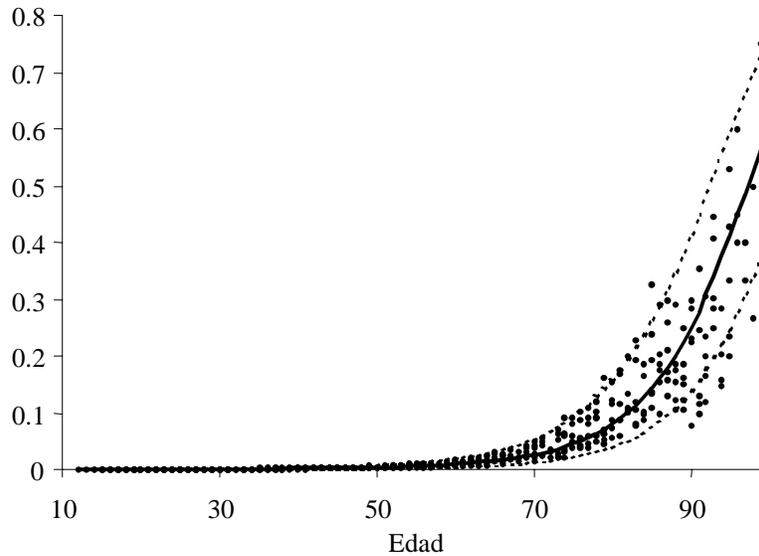
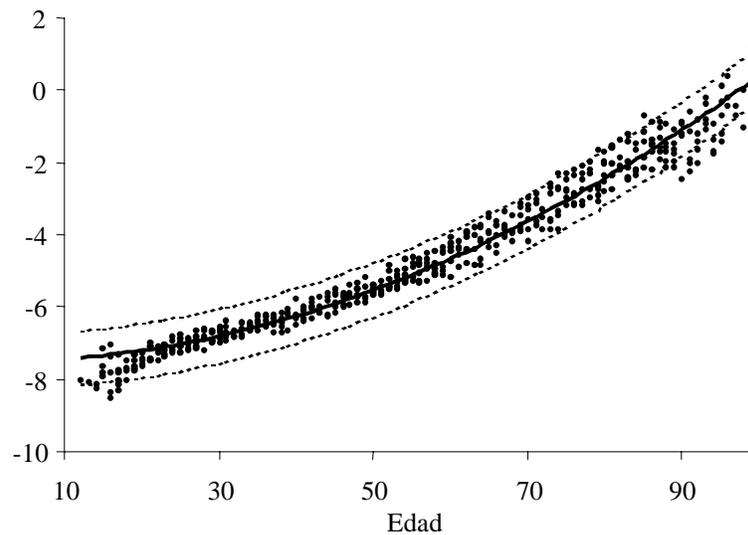


Figura 2.4 Tasas observadas, ajuste central y bandas de predicción 95%, vida grupo. Escala logit



Para un mayor detalle acerca de los supuestos básicos de la metodología así como los principales resultados de su aplicación a la experiencia en mortalidad en la operación tanto de vida individual como de vida grupo para el periodo 1991 a 1998 ver "Modelos Estadísticos de Mortalidad. Análisis de Datos 1991-1998" (Mendoza, Madrigal y Martínez, 1999b).

3. Tablas de Mortalidad CNSF 2000

De acuerdo con la metodología desarrollada por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, una tabla de mortalidad se obtiene como la curva que se forma con los cuantiles de un orden predeterminado y fijo, por ejemplo p , de las distribuciones predictivas finales marginales de las tasas a lo largo de las edades. Como consecuencia de este procedimiento, puede asegurarse que, para todas y cada una de las edades, la probabilidad de que en un año futuro se observe una tasa de mortalidad para esa edad que rebase el valor indicado por la tabla es tan solo $1-p$.

Como complemento, y con el propósito de incorporar la información relativa a la composición particular de la población asegurada en México, se utiliza el modelo ajustado para simular la distribución predictiva del número total de reclamaciones en un año futuro, bajo el supuesto de que la población expuesta coincide con la asegurada en el periodo bajo estudio (1991-1998). Esta distribución se emplea para evaluar el grado de protección que ofrece una tabla ante desviaciones extremas en la siniestralidad. Para tal propósito, se compara el pronóstico a que da origen la tabla con la distribución del agregado de reclamaciones en un año. A partir de la distribución por edades de la población de asegurados, se obtiene el pronóstico de siniestros para cada edad, como el producto del número de expuestos de esa edad por el pronóstico de la tasa correspondiente. Finalmente, para obtener el pronóstico del número total de siniestros en la población se suman los pronósticos para todas las edades. Es decir,

$$SS = \sum_x E_x q_x ,$$

donde

SS es el número esperado de la suma de siniestros,

E_x es el número de expuestos de edad x ,

q_x es la tasa de mortalidad de edad x de acuerdo a la curva seleccionada.

Para una explicación más detallada acerca de la obtención de estas distribuciones ver Mendoza, Madrigal y Martínez, 1999b. El criterio que se propone para la selección de una tabla cuyo propósito es la constitución de reservas, es utilizar la curva cuyo pronóstico sea excedido, de acuerdo con la distribución del agregado, con una probabilidad no mayor a 0.01 (1%). Este criterio es compatible con las normas internacionales en materia de riesgo. De hecho, el criterio puede describirse como uno que establece un nivel de Valor en Riesgo no mayor que 1%.

Por lo que toca a los resultados específicos, en el caso de vida individual se propuso la tabla que corresponde a los cuantiles de orden 0.90 de las distribuciones predictivas finales marginales de las tasas de mortalidad por observar en un año futuro. El número agregado de siniestros observado durante el período 1991 a 1998, así como los pronósticos asociados a la Experiencia Mexicana 1982-1989 y al modelo modificado de nivel 90%, se presentan en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Siniestros agregados. Vida individual

Observados 1991-1998	54,623
Experiencia Mexicana 82-89	88,790
Modelo Modificado de nivel 90%	79,706

De acuerdo con la Tabla 3.1, el pronóstico del número agregado de siniestros correspondiente al modelo modificado de nivel 90% es alrededor de un 10% menor que el relativo a la Experiencia Mexicana 82-89. Por otro lado, el grado de protección ante desviaciones extremas en la siniestralidad proporcionado por el modelo modificado establece un nivel de Valor en Riesgo menor al 0.01% es decir que la probabilidad de que el número total de siniestros exceda al pronosticado por este modelo es prácticamente cero.

Por su parte, para el caso de vida grupo, se propuso la tabla que corresponde a los cuantiles de orden 0.75 de las distribuciones predictivas finales marginales de las tasas de mortalidad por observar en un año futuro. En la Tabla 3.2 se presentan el número observado de siniestros durante el período 1991 a 1998, así como los pronósticos asociados a la Experiencia Mexicana 1973-1983 y al modelo modificado de nivel 75% .

Tabla 3.2 Siniestros agregados. Vida grupo

Observados 1991-1998	56,713
Experiencia Mexicana 73-83	80,362
Modelo Modificado de nivel 90%	69,368

El pronóstico en el número agregado de siniestros correspondiente al modelo modificado de nivel 75% es alrededor de un 13% menor que el relativo a la Experiencia Mexicana 73-83. Al igual que en el caso de vida individual, el Valor en Riesgo asociado al modelo modificado propuesto es menor al 0.01%, es decir que la probabilidad de que el número total de siniestros exceda al pronosticado por este modelo es prácticamente cero.

3.1 Colaboración con el Sector Asegurador

Los resultados del estudio, tanto en sus aspectos metodológicos como en lo que se refiere a las bases de datos y los resultados finales, se presentaron ante la Asociación Mexicana de Actuarios, el Colegio Nacional de Actuarios y diversas instituciones académicas, tanto en México como en otros países. Por lo que toca al sector asegurador mexicano, a partir de septiembre de 1999 se celebraron reuniones técnicas conjuntas con el Comité de Vida de la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS) y la Asociación Mexicana de Actuarios (AMA) con el propósito de intercambiar puntos de vista sobre todos los aspectos relevantes en el proceso de producción de las nuevas tablas.

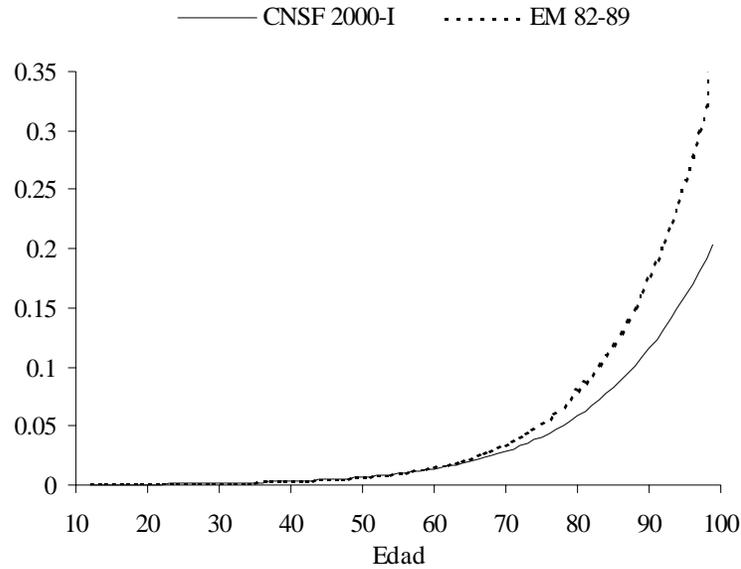
En estas reuniones, la metodología propuesta por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas fue aceptada tanto por la AMIS como por la AMA; y como resultado, se acordó adoptar como base demográfica para el cálculo de reservas mínimas, los cuantiles propuestos por esta Comisión mencionados en la sección anterior, es decir, 90% para el seguro de vida individual y 75% para el seguro de vida grupo.

3.2 Comparativo con la Experiencia Mexicana 1982-1989 y 1973-1983

3.2.1 Seguro de Vida Individual

En esta sección se presenta un comparativo entre las Tablas de Mortalidad Experiencia Mexicana 1982-1989 y CNSF 2000-I, las cuales se reproducen para todas las edades en la Figura 3.2.1.1.

Figura 3.2.1.1 CNSF 2000-I y Experiencia Mexicana 1982-1989



Es importante señalar que las tasas de mortalidad de acuerdo a la Experiencia Mexicana 1982-1989 son mayores que las correspondientes a la tabla CNSF 2000-I para todas las edades. La mayor diferencia, en términos absolutos, se observa a partir de los 70 años de edad. En las Figuras 3.2.1.2, 3.2.1.3 y 3.2.1.4 se reproducen las tasas de acuerdo a ambas tablas para diferentes intervalos de edad.

Figura 3.2.1.2 CNSF 2000-I y Experiencia Mexicana 1982-1989, edades de 10 a 40 años

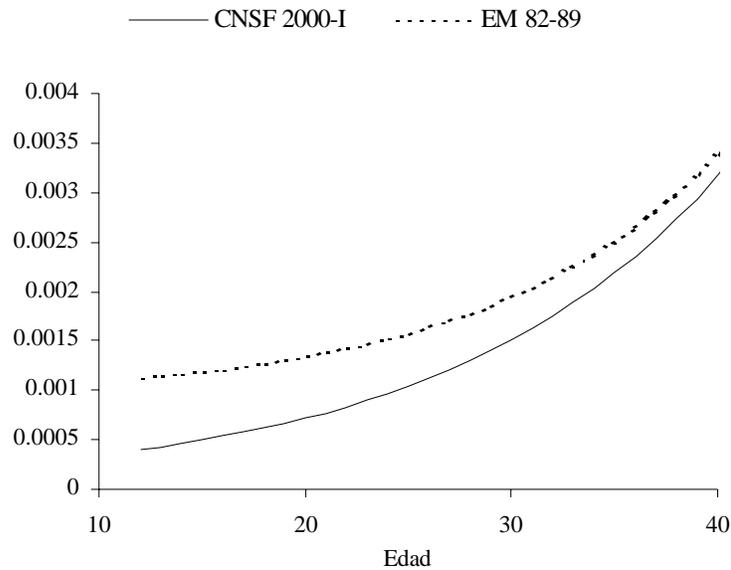


Figura 3.2.1.3 CNSF 2000-I y Experiencia Mexicana 1982-1989, edades de 40 a 70 años

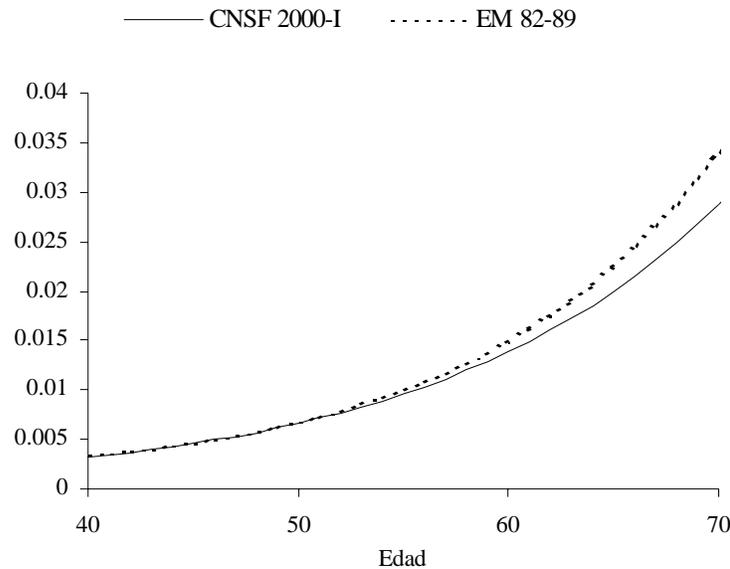
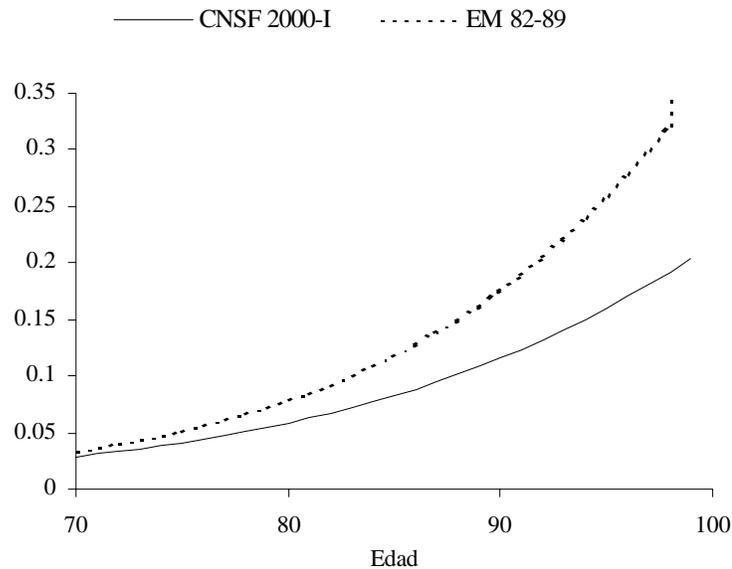
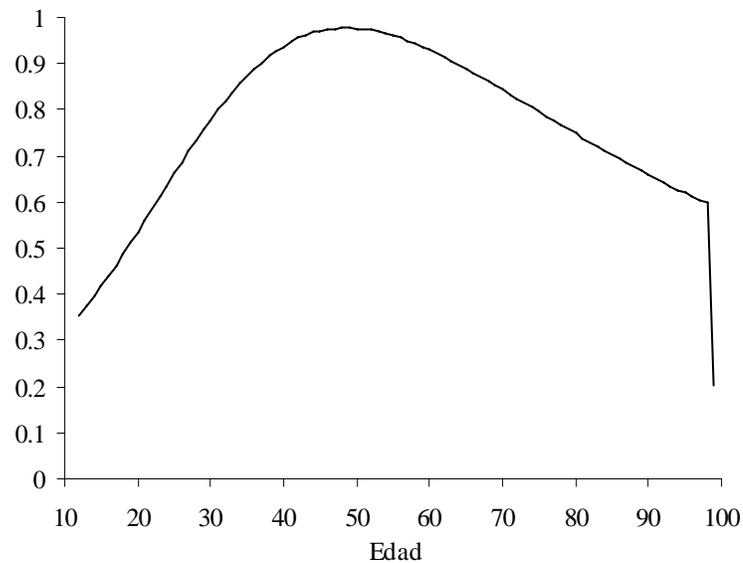


Figura 3.2.1.4 CNSF 2000-I y Experiencia Mexicana 1982-1989, edades de 70 a 100 años



Finalmente, a manera de ilustración se reproduce en la Figura 3.2.1.5 el cociente de las tasas por edad de la Tabla CNSF 2000-I con respecto a la Experiencia Mexicana 1982-1989. Como se puede observar, en las edades comprendidas entre los 35 y los 70 años es donde la diferencia en proporción es menor, mientras que para edades menores, en particular de los 12 a los 20 años, las tasas de acuerdo a la Tabla CNSF 2000-I son proporcionalmente bastante menores (entre 30% y 50%) que las correspondientes a la Experiencia Mexicana 1982-1989.

Figura 3.2.1.5 CNSF 2000-I / Experiencia Mexicana 1982-1989



3.2.2 Seguro de Vida Grupo

En lo que respecta al seguro de vida grupo, se comparó la Tabla CNSF 2000-G con la Experiencia Mexicana 1973-1983 (Figura 3.2.2.1). En este caso, al igual que en vida individual, la base demográfica anterior presenta tasas mayores que las correspondientes a la tabla CNSF 2000-G para todas las edades. En particular, es entre las edades de 70 y 90 años donde la diferencia en términos absolutos es mayor. (Figuras 3.2.2.2, 3.2.2.3 y 3.2.2.4).

Figura 3.2.2.1 CNSF 2000-G y Experiencia Mexicana 1973-1983

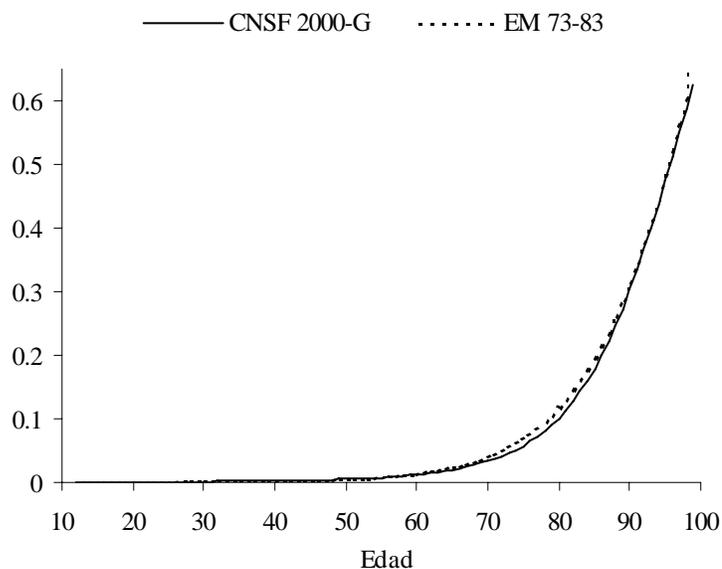


Figura 3.2.2.2 CNSF 2000-G y Experiencia Mexicana 1973-1983, edades de 10 a 40 años

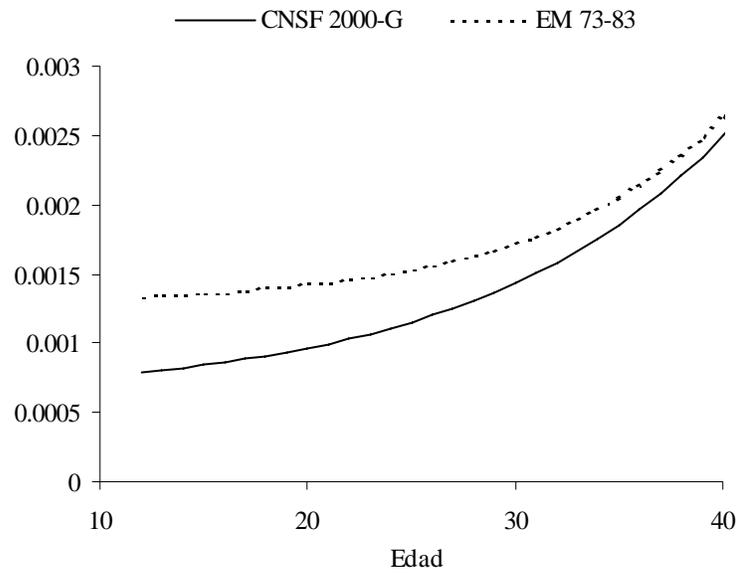


Figura 3.2.2.3 CNSF 2000-G y Experiencia Mexicana 1973-1983, edades de 40 a 70 años

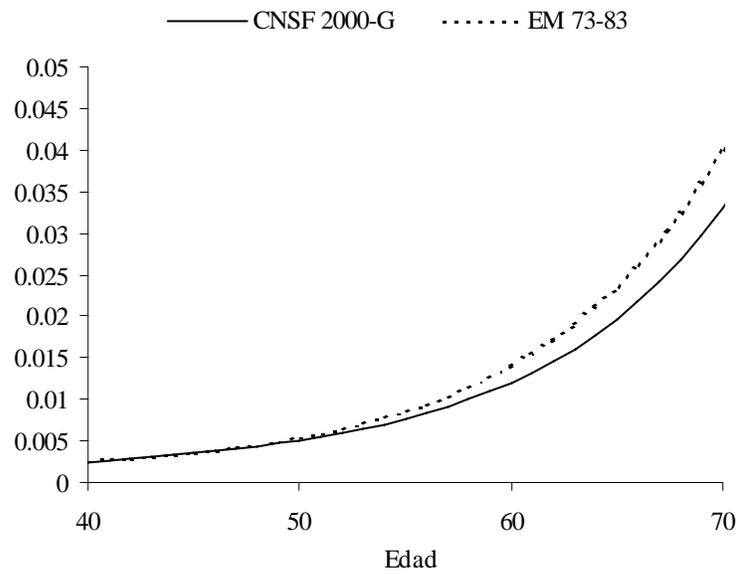
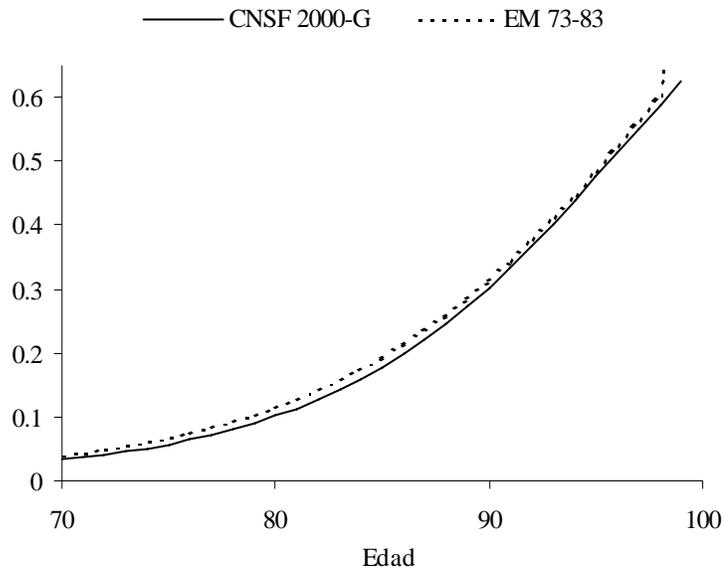
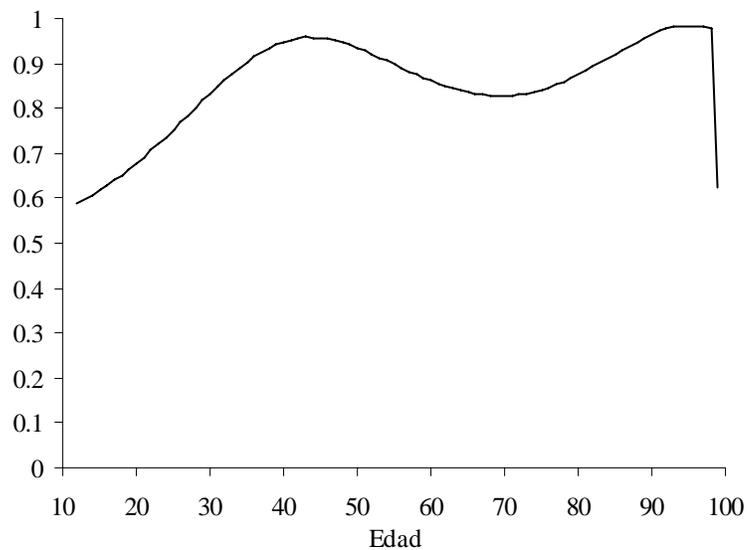


Figura 3.2.2.4 CNSF 2000-G y Experiencia Mexicana 1973-1983, edades de 70 a 100 años



En la gráfica de los cocientes por edad de las tasas de la tabla CNSF 2000-G entre las de la Experiencia Mexicana 1973-1983, reproducida en la Figura 3.2.2.5, se observa la mayor diferencia relativa en las edades comprendidas entre los 12 y los 20 años. En el resto de las edades, a diferencia de lo que ocurre en vida individual, no se observan diferencias tan evidentes.

Figura 3.2.2.5 CNSF 2000-G / Experiencia Mexicana 1973-1983



3.3 Tablas de Mortalidad CNSF 2000-I y CNSF 2000-G

Una vez aprobadas la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-I y la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-G como Base Demográfica Legal de los Seguros de Vida Individual y Grupo respectivamente, por la Junta de Gobierno de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas y por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, fueron modificadas las cláusulas SEXTA y SEPTIMA de las 'Reglas para la Constitución e Incremento de las Reservas de Riesgos en Curso de las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros' emitidas por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, conforme a lo publicado en el Diario Oficial de la Federación los días 31 de diciembre de 1999 y 31 de marzo del 2000.

En estas modificaciones se establece que las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros deberán utilizar la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-G para la valuación de las pólizas de interés social y de seguros de grupo o colectivo emitidas a partir del 1º de abril del 2000.

Por otro lado, para el cálculo de la reserva matemática de primas correspondiente a pólizas del seguro individual que se emitan con base en notas técnicas registradas o modificadas a partir del 1º de abril del 2000, deberá utilizarse la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-I. En el caso del seguro de vida individual, las modificaciones permitirán que el cambio a la Tabla de Mortalidad CNSF 2000-I se presente gradualmente, de forma que las reservas correspondientes a los nuevos planes reflejen los patrones más recientes en la mortalidad registrada en el mercado asegurador mexicano. Las Tablas de Mortalidad CNSF 2000-I y CNSF 2000-G, se presentan a continuación.

Tasas de Mortalidad Individual
CNSF 2000-I (1991-1998)

Edad	q_x	Edad	q_x
12	0.000396	57	0.011119
13	0.000427	58	0.011967
14	0.000460	59	0.012879
15	0.000495	60	0.013860
16	0.000533	61	0.014914
17	0.000575	62	0.016048
18	0.000619	63	0.017265
19	0.000667	64	0.018574
20	0.000718	65	0.019980
21	0.000773	66	0.021490
22	0.000833	67	0.023111
23	0.000897	68	0.024851
24	0.000966	69	0.026720
25	0.001041	70	0.028724
26	0.001121	71	0.030874
27	0.001207	72	0.033180
28	0.001300	73	0.035651
29	0.001400	74	0.038300
30	0.001508	75	0.041136
31	0.001624	76	0.044174
32	0.001749	77	0.047424
33	0.001884	78	0.050902
34	0.002029	79	0.054619
35	0.002186	80	0.058592
36	0.002354	81	0.062834
37	0.002535	82	0.067362
38	0.002730	83	0.072190
39	0.002940	84	0.077337
40	0.003166	85	0.082817
41	0.003410	86	0.088649
42	0.003672	87	0.094850
43	0.003954	88	0.101436
44	0.004258	89	0.108424
45	0.004585	90	0.115832
46	0.004938	91	0.123677
47	0.005317	92	0.131973
48	0.005725	93	0.140737
49	0.006164	94	0.149983
50	0.006637	95	0.159723
51	0.007145	96	0.169970
52	0.007693	97	0.180733
53	0.008282	98	0.192020
54	0.008915	99	0.203837
55	0.009597	100	1.000000
56	0.010330		

Tasas de Mortalidad Grupo
CNSF 2000-G (1991-1998)

Edad	q_x	Edad	q_x
12	0.000788	57	0.009162
13	0.000804	58	0.010028
14	0.000821	59	0.010992
15	0.000840	60	0.012067
16	0.000861	61	0.013266
17	0.000884	62	0.014605
18	0.000909	63	0.016102
19	0.000936	64	0.017778
20	0.000965	65	0.019656
21	0.000997	66	0.021761
22	0.001031	67	0.024123
23	0.001069	68	0.026776
24	0.001109	69	0.029758
25	0.001153	70	0.033112
26	0.001201	71	0.036885
27	0.001252	72	0.041133
28	0.001308	73	0.045915
29	0.001368	74	0.051302
30	0.001434	75	0.057369
31	0.001505	76	0.064199
32	0.001582	77	0.071887
33	0.001665	78	0.080534
34	0.001756	79	0.090251
35	0.001854	80	0.101155
36	0.001962	81	0.113373
37	0.002078	82	0.127033
38	0.002205	83	0.142270
39	0.002344	84	0.159214
40	0.002495	85	0.177990
41	0.002660	86	0.198711
42	0.002840	87	0.221468
43	0.003038	88	0.246327
44	0.003254	89	0.273313
45	0.003491	90	0.302405
46	0.003751	91	0.333527
47	0.004037	92	0.366540
48	0.004352	93	0.401237
49	0.004698	94	0.437344
50	0.005080	95	0.474524
51	0.005501	96	0.512385
52	0.005966	97	0.550499
53	0.006481	98	0.588413
54	0.007051	99	0.625679
55	0.007682	100	1.000000
56	0.008383		

Referencias

HABERMAN, Steven, RENSHAW, Arthur E. y HAND, David. J., Actuarial Applications of Generalized Linear Models en Statistics and Finance, Arnold y Wiley, Gran Bretaña, 1998.

MENDOZA, Manuel, MADRIGAL, Ana María y MARTÍNEZ, Evangelina, Análisis Exploratorio de los Datos del Seguro de Vida 1991-1998, Documento de Trabajo No. 76, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, México, 1999.

MENDOZA, Manuel, MADRIGAL, Ana María y MARTÍNEZ, Evangelina, Modelos Estadísticos de Mortalidad Análisis de Datos 1991-1998, Documento de Trabajo No. 77, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, México, 1999.

Nota:

- * Las opiniones que aparecen en este documento son del autor y no necesariamente coinciden con las de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.